

円柱を有する矩形断面管路内の乱流構造解析*

杉山 均¹⁾ 小手森 俊紀²⁾ 加藤 直人³⁾ 寺田 敦彦⁴⁾ 上地 優⁵⁾ 日野 竜太郎⁶⁾

Numerical Analysis of Turbulent Flow in a Rectangular Duct Containing Straight Cylinder Placed near a Bottom Wall

Hitoshi Sugiyama Toshiki Otemori Naoto Kato Atsuhiko Terada Yu Kamiji Ryutaro Hino

Numerical analysis has been performed for three-dimensional developing turbulent flow in a rectangular duct containing straight cylinder placed near a bottom wall. In this kind of turbulent flow, it has been pointed out as a characteristic features that anisotropic turbulence generates the secondary flow of the second kind and pulsation flow is measured in narrow gap region located between cylinder and bottom wall. Comparisons with the experimental results suggest that the present method is able to predict velocity profiles correctly and reproduce both the secondary flow of the second kind and the generation of pulsation flow near the narrow region between cylinder and bottom wall.

KEY WORDS: Heat·Fluid, Radiator, Oil cooler, Computational fluid dynamics

Turbulent flow, Algebraic Reynolds Stress Model, Pulsation (D1)

1. 緒 言

自動車は多くの部品から構成され、流れが深く関与する部品が数多く存在する。ラジエータに代表される熱交換器内流れ、エンジンの吸気管、排気管内流れ、シリンダ内流れ、車両周りの流れなど、その流動挙動は機器性能に深く関係している。機器性能の向上を図るには、流れ構造をより詳細に理解することが要求されるが、流れ解析を難しくしている一つの要因として乱流が指摘できる。乱流場では、非等方性的な乱れによる応力生成を正確に予測することが求められる。

本解析では矩形断面を有する直線管路内に円柱が底壁面近傍に流れと平行に設置された乱流場を解析対象とした。こうした管路は熱交換器などに見られる流れ場であるが、管路形状の特徴として円柱が流れと平行に配置される点、その円柱が壁面近傍に設置されている点を指摘できる。こうした形状の特徴は、学問的に興味ある現象を内包している。すなわち、乱れの非等方性から生成される第 2 種二次流れの存在と円柱が壁面近傍に設置されたことによる脈動流の存在である。例えば、Trupp-Azad⁽¹⁾は、正三角形に配列された円柱群内の流れを対象に、その配列間隔を変化させ系統的な実験を行っている。彼らは、測定結果を基に第 2 種二次流れ強度は、断面

平均速度の 0.5%程度であることを報告している。Scale⁽²⁾は、円柱群を精度良く配置することは難しく、その配置誤差が第 2 種二次流れに影響を及ぼすことを考慮し、矩形断面管路の対向する壁面に半円断面円柱を設置し乱流計測を実施した。その結果、第 2 種二次流れは、断面平均速度の 1.5%程度と報告している。第 2 種二次流れは、実験から明らかのように非常に微弱であり測定が難しい流れである。同時に非等方性乱流を正確に予測して、はじめて再現できる二次流れであり乱流モデル検証の立場から数値計算も報告されている^{(3),(4)}。

一方、脈動流の存在は、Rowe ら⁽⁵⁾により古くより報告されている。彼らは、レーザ・ドップラ流速計を用い正方形に配置された円柱群にて、円柱の間隔を減少させると脈動流の渦スケール、周波数が増加することを報告している。Hooper-Rehme⁽⁶⁾は、矩形管路に 4 本の円柱を設置した流路を対象に、平均流速、局所レイノルズ応力を測定すると同時に、円柱間隔での脈動流の周波数は、レイノルズ数に比例することを報告している。さらに、Möller⁽⁷⁾は、速度、圧力のスペクトル解析から脈動流の存在を明らかにし、レイノルズ数が増加、管路間隔が減少するにつれて脈動流の周波数は増加することを報告している。同時に摩擦速度を用いた Strouhal 数を導入して円柱間隔と Strouhal 数との関係を示す実験式を提案している。

第 2 種二次流れ、脈動流は、それぞれ独立して検討されることが多かったが、両者を同時に検討した研究として Biemüller ら⁽⁸⁾、Guellouz-Tavoularis⁽⁹⁾の研究を指摘できる。Guellouz-Tavoularis⁽⁹⁾は、矩形断面管路の底壁面近傍に円柱を設置した乱流場を対象に、熱線風速計を用い平均速度場、6

1)・3) 宇都宮大学大学院工学研究科 (321-8585 宇都宮市 7-1-2) (E-mail:sugiyama@cc.utsunomiya-u.ac.jp)

2) 宇都宮大学大学院工学研究科 (同上)

4)・5)・6) 日本原子力研究開発機構 (311-1393 東茨城郡大洗町成田町 4002)

成分のレイノルズ応力、脈動流に関する詳細な結果を報告している。しかし、第2種二次流れの計測には至らず、二次流れの存在を確認する意味から Chang-Tavoularis⁽¹⁰⁾は、商業用計算コードを用いて第2種二次流れを予測した。同時に、Guellouz ら⁽⁹⁾の計測結果との比較も報告しているが主流方向速度には差が認められる。さらに、最近、Chang-Tavoularis⁽¹¹⁾は、Guellouz ら⁽⁹⁾の実験を対象に各種乱流モデルにて解析している。彼らは、主流方向速度と乱流エネルギー分布に限り実験と比較し、各乱流モデルの特徴、ならびに流入条件による解析結果の相違を明らかにした。

以上のように矩形断面管路内に流れと平行に設置された円柱を有する乱流場では、興味ある現象を内包し、その流れも徐々に解明されつつある。測定が難しい6成分のレイノルズ応力成分も報告されているが、レイノルズ応力と解析結果の比較は、筆者の知る範囲では Chang ら⁽¹⁰⁾の1例のみである。そこで、Guellouz ら⁽⁹⁾の実験結果を対象に、代数レイノルズ応力モデルにて解析し、レイノルズ応力を含む計測結果との比較、ならびに壁面と円柱との間隙に形成される脈動流の存在についても確認し、本解析手法の妥当性、有用性について検討することを目的とする。

2. 記号

D	: 円柱直径
D_h	: 矩形断面管路水力直径
k	: 乱流エネルギー
P	: 平均圧力
p	: 変動圧力
Re	: レイノルズ数 $U_b D_h / \nu$
$\overline{uu_j}$: レイノルズ応力
U_b	: 断面内の主流方向平均速度
U_i	: i 軸方向の時間平均速度
W	: 底壁面から円柱最上部までの距離
X_i	: 直交座標系における i 方向座標軸
δ_{ij}	: クロネッカーのデルタ記号
ε	: 乱流散逸
ν	: 動粘性係数
$\overline{\quad}$: レイノルズ平均

3. 解析手法

3.1. 計算対象実験

解析対象としたGuellouzらの実験装置概略図、ならびに計算座標系を図1に示す。Guellouzらは、作動流体に空気をを用い矩形断面管路の底壁面中央に円柱を設けた流路を対象に乱流計測を行った。円柱の直径 D は101mmで、矩形断面管路の短辺、長辺はそれぞれ $2D$ 、 $3D$ で矩形断面管路の全長には $54D$ を設けている。管路全長は、水力直径の33.9倍に相当し、管路出口では、完全発達乱流が形成されることが論文中で言及されて

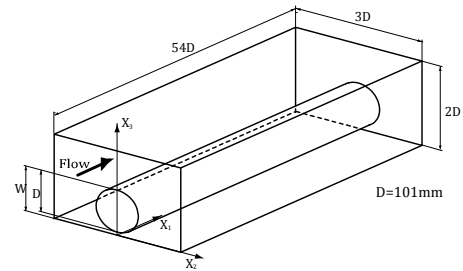


Fig.1 Schematic diagram of experimental apparatus and definition of coordinate system

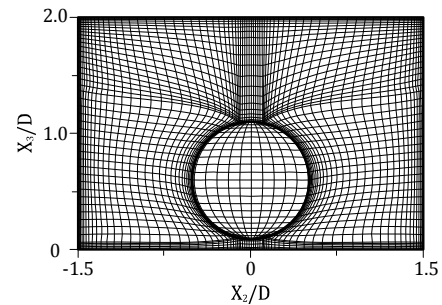


Fig.2 Computational grids layout in cross section

いる。底壁面と円柱最上部との距離 W は $W/D=1.10$ である。計測に際しては、熱線風速計にて平均速度、ならびに6成分のレイノルズ応力を計測している。矩形断面内の平均速度に関しては管路出口断面から約 $1.8D$ の上流断面にて、円柱と底壁面との間隙領域の平均速度分布については、管路出口断面から約 $2.5D$ の上流断面にて計測している。レイノルズ応力分布に関しては、管路出口の影響がなく分布の対称性が保たれる領域として、管路出口断面から約 $2D$ から $2.8D$ の上流断面にて計測している。実験レイノルズ数は、水力直径を代表長さにして $Re=108,000$ である。

計算対象領域は、実験の矩形断面管路と同一形状とし管路全体を計算対象とした。計算座標系は、図1に示すように直交座標系にて主流方向を X_1 軸、水平方向を X_2 軸、垂直方向を X_3 軸とし座標原点は、管路入口断面の底壁面中央点とした。

3.2. レイノルズ応力輸送方程式

本解析では、レイノルズ平均化した運動量輸送方程式(RANS)を、運動量輸送方程式中のレイノルズ応力に対しては、流れ場の非等方性を再現できるレイノルズ応力輸送方程式を解くこととした。運動量、レイノルズ応力輸送方程式の厳密式は以下のように示される。

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X_i} + \frac{\partial}{\partial X_j} \left[\nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial U_j}{\partial X_i} \right) - \overline{u_i u_j} \right] \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = & - \left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial X_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial X_k} \right) + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial X_k} \left\{ \overline{u_i u_j u_k} - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial X_k} + \frac{p}{\rho} (\delta_{jk} u_i + \delta_{ki} u_j) \right\} \\ & - 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \frac{\partial u_j}{\partial X_k} \end{aligned} \quad (2)$$

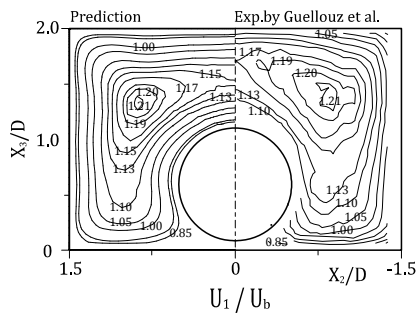


Fig.3 Comparison of streamwise velocity

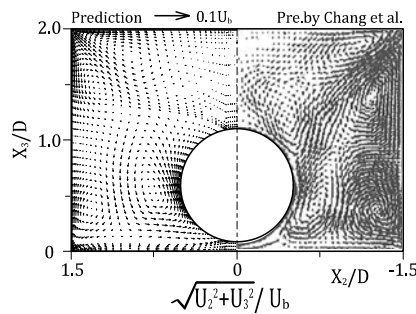


Fig.4 Comparison of secondary flow of the second kind

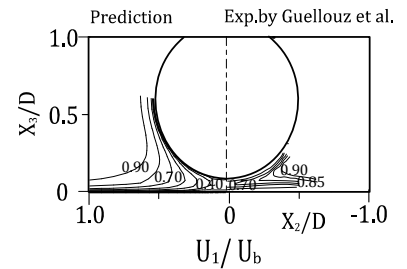


Fig.5 Comparison of streamwise velocity in gap region

上式を直接的に解くことは不可能であり何らかのモデル化が必要となる。数値計算を実行する上で障害となる左辺の対流項、拡散項に対しては $Rodi^{(12)}$ 近似を用いてモデル化を行った。この近似より輸送方程式は、微分式から代数式形に変換されることになり計算負荷の低減に寄与する。反面、微分方程式にて関係づけられた物理量の相互依存性が薄れる作用があるという問題を内包するのも事実である。レイノルズ応力輸送方程式の圧力・ひずみ相関項のモデル化、ならびに定数系に関しては別報⁽¹³⁾にて詳述した。

3.3. 数値解析

脈動流の予測を考慮して計算対象領域は、矩形管路全体を対象とした。矩形断面における計算格子配列を図 2 に示す。計算格子数は、水平方向に 71、垂直方向に 45、流れ方向に 100 を設定した。計算では非定常計算を実施し時間平均化した平均速度分布、レイノルズ応力分布を実験結果と比較する。計算レイノルズ数は、実験と同一の $Re=108,000$ である。円柱内部にも計算格子を作成しているが、計算時には速度零を設定している。

矩形断面管路の流入断面における境界条件については、速度に関しては一様流速分布を与え、乱流エネルギー、乱流散逸値に関しては、実験でも明記されていないため、 $k/U_b^2 = 1 \times 10^{-5}$ 、 $\varepsilon = k^{3/2}/D$ と小さな値を流入条件として課した。壁面における乱流エネルギー、乱流散の境界条件は壁関数を用い、出口境界条件はノイマン条件とした。壁関数の使用により計算第 1 点目の位置は無次元距離で 30 は必要であり計算可能な底壁面と円柱との間隙には制約がある。

式の離散化は有限差分近似より行い計算諸量の格子点配置は Regular Grid 法に依った。支配方程式の対流項差分近似は QUICK 法を使用した。対流項は非線形項で繰返し計算が必要となるが収束判定条件は残差で 10^{-6} とした。複雑形状管路を対象とする場合、形状に沿って境界条件を設定することが必要となる。本解析においては境界適合座標系を適用した。

4. 結果と考察

本解析手法は、実験同様に脈動流を再現した。脈動流を伴う場合、平均速度分布に脈動流の影響がなくなるまで計算をする必要がある。そこで、時間平均化した主流方向速度に変

化がなく、かつ左右対称分布となるまで計算を実施し実験結果と比較した。本計算では出口部の影響を避けるため $X_1/D=48.0$ 断面での時間平均化された速度分布、レイノルズ応力分布を比較した。以下に実験との比較結果を示す。

4.1. 平均速度分布の比較

図 3 に主流方向速度分布の実験との比較結果を示す。両結果とも断面平均速度 U_b にて無次元化し比較している。実験では最大主流方向速度は 1.21 となるが、計算もほぼ同位置に最大主流方向速度を再現している。管路壁面、円柱壁面から発達した境界層が助走区間内にて相互干渉し最大主流方向速度を形成するものと解釈される。また、断面平均速度 U_b に相当する 1.0 の等値線に着目すると、実験、計算結果とも底壁面の近くまで等値線が伸びていることから、比較的広い領域で平均速度以上の速度が形成されることを特徴的な点として指摘できる。

一方、実験と計算との相違点として、等値線の湾曲を指摘することができる。すなわち、計算結果の上壁コーナ部近傍の等値線はコーナ部へ突出した湾曲分布を形成するが、実験では、顕著には認められない。こうした等値線の湾曲は、乱れの非等方性により生成される第 2 種二次流れと相関が強い。実験では、計測の難しさから第 2 種二次流れは報告されていない。そこで Chang らの計算結果と比較した。比較結果を図 4 に示す。ただし、Chang らの計算結果にはベクトル強度を示すスケール表記はなく両者の定量比較には注意が必要である。両結果から理解できるように、上壁コーナ部に向かう第 2 種二次流れが生成されている。本計算では、その強度は断面平均速度の 1.5% 程度と微弱である。主流方向速度等値線が湾曲化するのには、コーナ部に向かう第 2 種二次流れに起因するものと解釈される。すでに正方形断面管路でも同様の現象が報告されている⁽¹⁴⁾。第 2 種二次流れ生成に関し Chang らの結果と本解析結果とは、渦の生成位置など定性的には比較的良好に一致している。

図 5 は、円柱と底壁面との間隙領域における主流方向速度の比較結果である。実験では、間隙に 0.7 と比較的速い流速が存在し等値線も舌状に伸びた分布をしているが、計算では、低速流体の存在を予測しており異なる結果となった。脈動流を伴う場合、瞬間速度を平均化する時間数も問題となると思

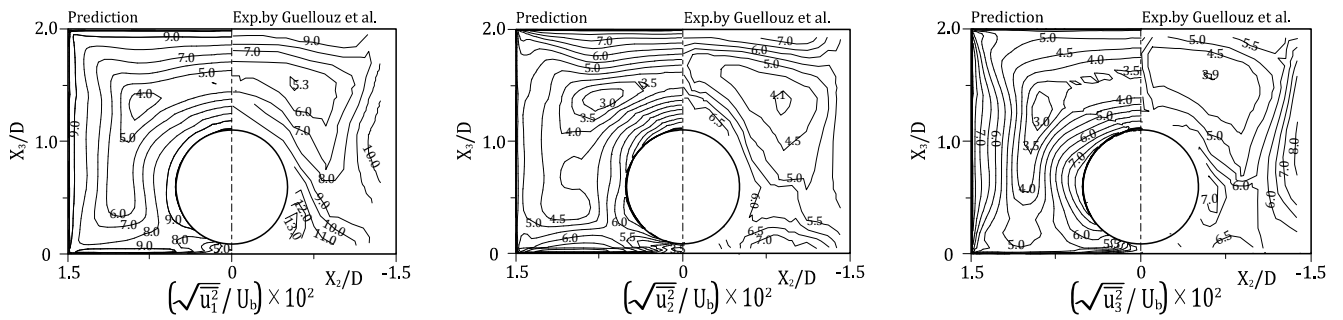


Fig.6 Comparison of normal stresses of Reynolds stress

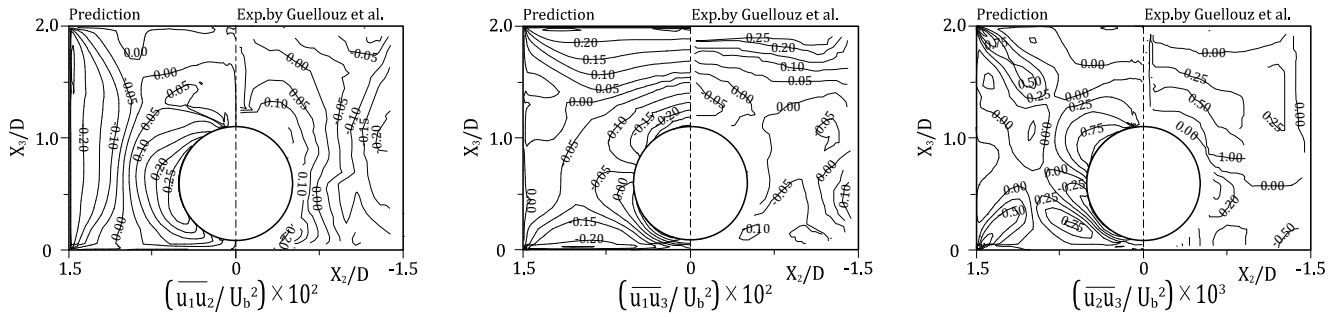


Fig.7 Comparison of shear stresses of Reynolds stress

われるが、計算と実験とでの平均化時間数が異なる点なども差異要因として指摘できる。

4.2. レイノルズ応力分布の比較

図6にレイノルズ応力の三軸方向の垂直応力成分の実験との比較結果を示す。それぞれ左から主流方向、水平方向、鉛直方向の応力分布の実験との比較結果である。主流方向垂直応力分布の実験結果から、その最大値13.0が、円柱と底壁面近傍に生成される。これは、主流方向の垂直応力は壁面近傍にて活発に生成される性質から円柱壁面、底壁面の両壁面からの生成が最大値形成に寄与していると解釈される。計算も最大値の生成位置に関しては、実験と同様の傾向を示すが、定量的には実験値を小さく予測する。また、計算では、主流方向速度等値線と同様に上壁コーナ部に向かう突出した等値線分布を予測している。第2種二次流れによる移流効果と解釈される。

一般に正方形断面管路において、水平方向の垂直応力は、鉛直壁の存在が障害となりその変動は抑制され、水平壁面では変動を抑制する障害物がないため活性化する。したがって、鉛直壁に沿っては小さな値を、水平壁面に沿っては大きな値を示す。計算、実験とも上壁、下壁面に沿って比較的高い値を、鉛直壁に沿っては小さな値を生成している。また、実験では円柱周りの計測が困難であるため等値線が明示されておらず明らかではないが、計算では円柱の上部、下部の壁面にて高い値を予測している。前述の垂直応力生成に関する特性は、本解析流れ場においても同様に認められる。

鉛直方向垂直応力の実験との比較結果から実験では X_3 軸と平行な鉛直壁、ならびに円柱右壁近傍にて比較的高い値を生成している。計算も同様の傾向を示し、定量的にも計測結果

を再現している。

図7は、せん断応力分布の実験との比較結果を示している。正方形断面管路などでは、せん断応力 $\overline{u_1 u_2}$ 分布の特徴として、零等値線を挟んで異符号領域を形成することが報告されている⁽¹⁴⁾。この異符号領域は、第2種二次流れにより主流方向速度等値線が湾曲することに起因し、こうした特徴的等値線を再現するには、第2種二次流れを正確に予測することが不可欠となる。計算と実験との比較結果から、計算は、零等値線を含めて特徴的等値線分布を比較的良好的に再現している。また、計算では、その絶対値の最大は、鉛直壁面近傍より円柱壁面に生成されることを示唆している。

せん断応力 $\overline{u_1 u_3}$ の実験結果からせん断応力 $\overline{u_1 u_3}$ も異符号領域を形成することがわかる。実験の零等値線に着目すると、水平に零等値線、ならびに鉛直壁近傍にて零等値線を形成することがわかる。計算では、水平の零等値線は予測するものの、垂直壁近傍での零等値線は再現せず、円柱と底壁面を結ぶ零等値線を予測している。前述のように異符号領域の生成が第2種二次流れの主流方向速度等値線の湾曲に起因することを考慮すると、計算では第2種二次流れの強度を小さい予測していることが差異要因として指摘できる。定量的には、計算は実験値に近い値を予測し大きな差は認められない。

せん断応力 $\overline{u_2 u_3}$ は、実験からわかるように非常に微弱な応力であり、他のレイノルズ応力値と比較すると、1/10程度小さな値を示す。したがって、計測も非常に難しい。零等値線に着目すると、計算は、その位置を再現している。計算結果から、せん断応力 $\overline{u_2 u_3}$ の絶対値は、上壁コーナ部近傍、ならびに円柱壁面に沿って比較的高い値を生成することがわかるが、実験では壁面近傍の計測が困難なため比較はできない。

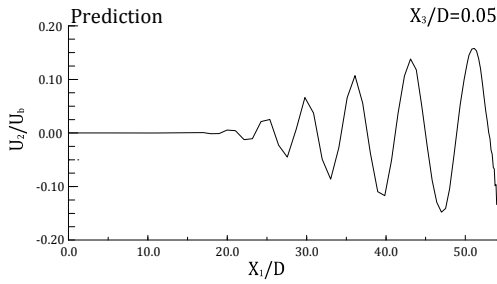


Fig.8 Horizontal velocity profile along flow direction

4.3. 脈動流の予測

Guellouz らは、脈動流が、円柱と底壁面の間隙領域にて存在することを煙による可視化手法から報告している。煙は流れ方向に蛇行して流れており、周期的な流れが形成されていることを示唆している。図 8 は、矩形断面管路の左右対称軸上で円柱と底壁面との間隙に位置する $X_3/D=0.05$ 平面での水平方向速度変化の瞬時値を示している。 $X_1/D=20.0$ 近傍から振動が認められ、徐々に成長し周期的な脈動流を形成し、本解析手法でも、実験にて報告されている脈動流の存在を再現している。

図 9 に $X_1/D=43.8$ から 50.8 断面でのほぼ 1 周期に相当する脈動流の第 2 種二次流れ分布の計算結果を示す。 $X_1/D=43.8$ 断面では、円柱右側壁面近傍にて強い上昇流が、それに吸引されるかのように円柱左側断面では、間隙領域に向かう下降流が形成されている。この下降流は $X_1/D=45.1$ 断面にて間隙領域に流入すると流路断面の減少により急激に加速される。間隙領域での二次流れ強度は、断面平均速度の 14% 程度であり、下降流の第 2 種二次流れの強度が 3% 程度であることを考慮すると大きな値である。こうした予測結果は、間隙領域と脈動流とは強い相関があることを、同時に円柱と底壁面との間

隙を制御することより伝熱促進向上を図れる可能性があることも示唆している。 $X_1/D=48.5$ 断面では、 $X_1/D=43.8$ 断面にて認められた現象が、全く逆の位置で再現され、 $X_1/D=50.4$ 断面の間隙領域では右から左に向かう二次流れが形成される。以上の計算結果は、間隙領域への流れの移流効果は、第 2 種二次流れに依るところが大きいことを示している。

第 2 種二次流れに非対称性を誘発し脈動流が生成される一次要因が何に起因するかは興味あるところである。図 10 は、 $X_3/D=0.05$ 平面上での流れ方向への主流方向速度変化の計算結果である。特徴的な点として、 $X_1/D=20.0$ 近傍にて主流方向速度は最小値を示し、この位置は図 8 に示した脈動流の開始点とほぼ一致する点であることを指摘できる。主流方向速度が減少することは、相対的に二次流れの強度が増加することを意味し、二次流れの間隙領域への流入が容易となる。間隙領域では主流方向流れ、加速された二次流れが相互に干渉し対称性が崩れて脈動流に発達するものと考えられる。

すなわち脈動流の発生メカニズムは以下のように推測される。レイノルズ応力により生成される第 2 種二次流れは、発達初期の助走区間では左右対称性を保ちつつ形成されるが、円柱と底壁面との間隙領域で主流方向速度が最小となる位置で相対的に第 2 種二次流れ強度が大きくなり間隙領域に流入する。第 2 種二次流れは、微弱な流れであるが、狭い間隙に流入すると急激に加速され相互干渉し対称性が崩れ主流方向速度の方向を変える。この結果、瞬間的に速度、レイノルズ応力は非対称となり第 2 種二次流れも非対称流れ場を形成し周期的な脈動流へと進展するものと解釈される。

5. 結論

矩形断面管路の底壁面近傍に円柱を流れと平行に設けた乱

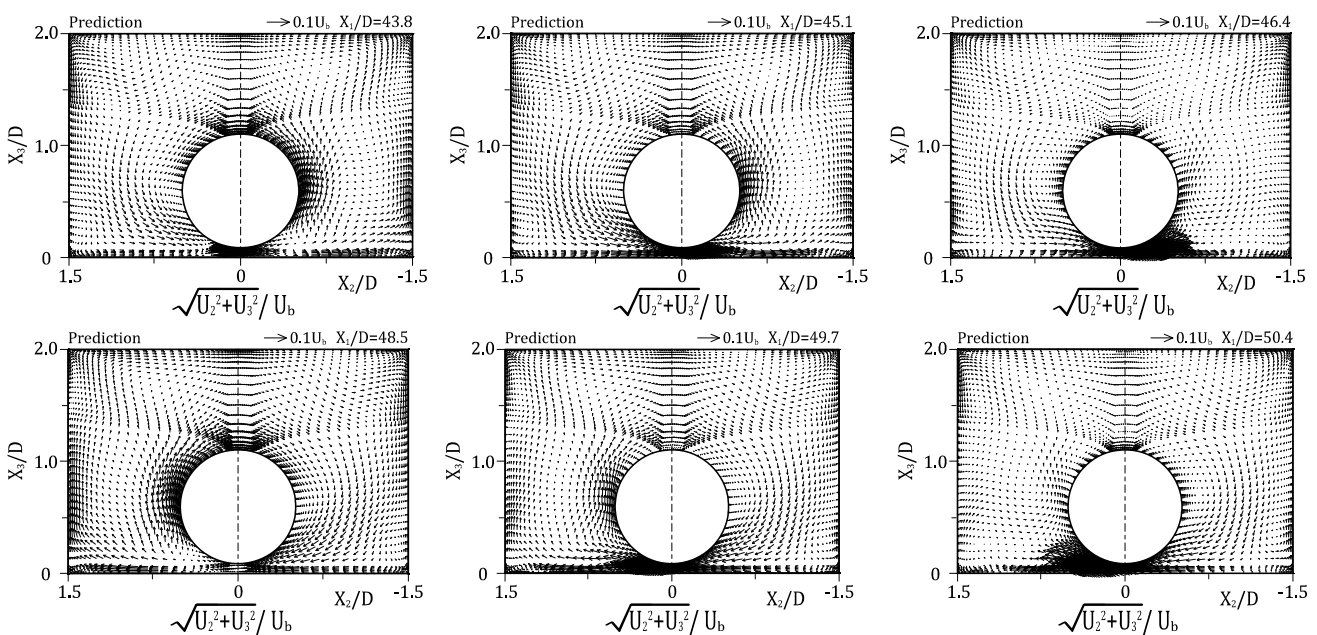


Fig.9 Pulsation flow of secondary flow of the second kind

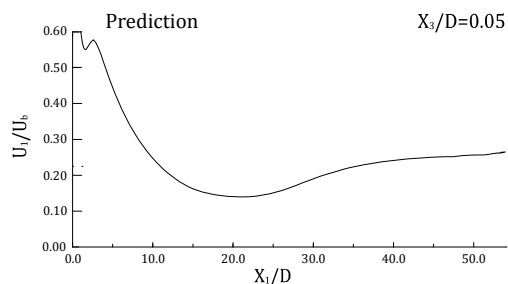


Fig.10 Streamwise velocity profile along flow direction

流場を対象に、代数レイノルズ応力モデル、境界適合座標系を用いて数値解析を試みた。解析結果は測定結果、数値解析結果と比較することより以下の結論を得た。

- (1) 本解析手法は、上壁コーナ部に向かう突出した等値線を予測し実験とは多少異なるが、定量的には主流方向速度の最大値を含めて、比較的良好に実験値を再現した。本解析によるコーナ部への突出した等値線は、第2種二次流れに起因する。
- (2) 実験では円柱と底壁面との間隙領域にて高速の主流方向速度を計測しているが、本解析では低速の主流方向速度を予測し差異が認められた。
- (3) 第2種二次流れは、実験では計測されていないため、Changらの数値解析結果と比較した。その結果、両数値解析によるベクトル線図は相互に符合する結果となった。
- (4) 三軸方向の各垂直応力に関して、本解析はその等値線分布を定性的、定量的にも比較的良好に再現した。せん断応力は、零等値線を挟んで異符号領域を形成するが、解析もこうした特徴的等値線分布を再現した。
- (5) 実験では円柱と底壁面との間隙領域にて脈動流の存在を報告しているが、本解析手法においても脈動流を再現した。脈動流は主流方向速度が流れ方向に減衰し最小値を取ることが第一要因と推測される。
- (6) 本解析にて用いた代数レイノルズ応力モデルにて、円柱を有する矩形断面管路内の非等方性乱流、脈動流を再現することは可能であり、その有用性を示した。

謝 辞

本研究は、経済産業省資源エネルギー庁からの受託事業として実施した平成26年度「発電用原子炉等安全対策高度化技術基盤整備事業（水素安全対策高度化）」の成果であり、ここに記して謝意を表す。

参 考 文 献

- (1) Trupp, A.C., Azad, R.S. : The structure of turbulent flow in triangular array rod bundles, Nuclear Engineering and Design, 32, pp.47-78 (1974)
- (2) Seale, W.J. : Measurements and prediction of fully developed turbulent flow in a simulated rod bundle, J. Fluid Mech., 123, pp.399

-423 (1982)

- (3) Demuren, A.O. : Calculation of turbulence-driven secondary motion in ducts with arbitrary cross section, AIAA Journal, 29 [4], pp.531-537 (1991)
- (4) Naot, D., Rodi, W. : Numerical simulation of secondary currents in a channel flow, J. of Hydraulics Division, 108, pp. 948-968 (1982)
- (5) Rowe, D. S., Johnson, B. M., Knudsen, J. G. K. : Implications concerning rod bundle crossflow mixing based on measurements of turbulent flow structure, Int. J. Heat Mass Transfer, 17, pp.407-419 (1973).
- (6) Hooper, J. D., Rehme, K. : Large-scale structure effects in developing turbulent flow through closely-spaced rod arrays, J. Fluid Mech., 145, pp.305-337 (1984)
- (7) Möller, S. V. : On phenomena of turbulent flow through rod bundles, Exp. Thermal Fluid Sci., 4, pp.25-35 (1991)
- (8) Biemüller, M., Meyer, L., Rehme, K. : Large eddy simulation and measurement of the structure of turbulence in two rectangular channels connected by a gap, Engineering Turbulence Modelling and Experiments 3, pp.249-258 (1996)
- (9) Guellouz, M.S., Tavoularis, S. : The structure of turbulent flow in a rectangular channel containing a cylindrical rod — Part1: Reynolds-averaged measurements, Exp. Thermal Fluid Sci., 23, pp.59-73 (2000)
- (10) Chang, D., Tavoularis, S. : Unsteady numerical simulations of turbulence and coherent structures in axial flow near a narrow gap, Trans. ASME, J. Fluids Engineering, 127, pp.458-466 (2005)
- (11) Chang, D., Tavoularis, S. : Numerical simulations of developing flow and vortex street in a rectangular channel with a cylindrical core, Nuclear Engineering and Design, 243, pp. 176-199 (2012)
- (12) Rodi, W. : A new algebraic relation for calculation the Reynolds stresses, Z. Angew. Math. Mech., 56, pp.219-221 (1976)
- (13) Sugiyama, H., Hitomi, D. : Numerical analysis of developing turbulent flow in a 180° bend tube by algebraic Reynolds stress model, Int. J. Numer. Meth. Fluids, 47, pp.1431-1449 (2005)
- (14) Melling, A., Whitelaw, J.H. : Turbulent flow in rectangular duct, J. Fluid Mech., 78, pp.289-315 (1976)