

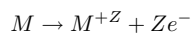
デバイ遮蔽

講義の時に、式の符号(マイナス)が途中でおかしくなっていたようなので、

一次元(x 方向)に広がったプラズマを考える．イオン密度を $n_i(x)$ ，電子密度を $n_e(x)$ とする．電極を入れる前の定常状態では、

$$n_i(x) = n_e(x) = n_0$$

であるとする．実際には、一つの原子から電子が多数の電子が作られ、



のように電離することが考えられる．そのとき、イオンの密度と電子の密度には、

$$n_i(x) = Zn_e(x)$$

となるが、ここでは簡単のために、すべて 1 価電離 ($Z = 1$) であるとする．

初期状態の様子を図 1 に示す．

この状態から $x < 0$ の領域に正電位の電極を挿入したとすると、密度分布は、図 2 となることが予想される．負の電荷を持った電子は、正電位である電極の方向に力を受けて寄っていく．イオンは重いので動かないとした．

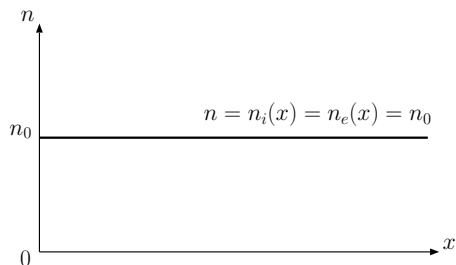


図 1: 初期状態では、イオンの密度も電子の密度も同じ n_0 である．

空間に電荷が分布しているときにその空間電場 E や空間電位 ϕ を求めるには、

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

を用いればよい．ここで、 ρ は、電荷密度であり場所(空間)の関数である．また、一次元なので

$$\rho(x) = e(n_i(x)) - n_e(x))$$

と書くことができる． $n_i(x) = n_0 = \text{一定}$ だから、この式は

$$\rho(x) = e(n_0 - n_e(x))$$

と書くことができる．

電位 ϕ を用いて書くと、電位の定義

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi$$

を用いて、

$$\nabla^2\phi = -\frac{e}{\varepsilon_0}(n_0 - n_e(x))$$

一次元であるから、 ∇^2 を $\frac{d^2}{dx^2}$ と書くことができ、

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = -\frac{e}{\varepsilon_0}(n_0 - n_e(x))$$

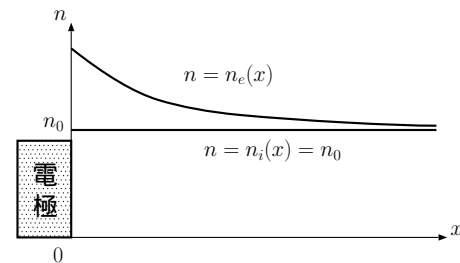


図 2: 初期状態では、電子は電極の近くに寄っていく．イオンは重いので動かない．

となる．この式を解けばよい．

電子の密度分布は，電位分布が ϕ のときボルツマン分布となるから，

$$n_e = n_0 \exp\left(\frac{e\phi}{k_B T}\right)$$

となることが知られている．また，プラズマでは

$$\frac{e\phi}{k_B T} \ll 1$$

としてよいので，近似式

$$e^x \approx 1 + x$$

を用いて近似すると，

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{en_0}{\varepsilon_0} \frac{e\phi}{k_B T}$$

となる．ここで，

$$\lambda_D^2 = \frac{\varepsilon_0 k_B T}{n_0 e^2}$$

と定義すると，この微分方程式は，

$$\frac{d^2\phi(x)}{dx^2} = \frac{1}{\lambda_D^2} \phi(x)$$

と書くことができる．(最後の式だけ， ϕ が x の関数であることを強調して書いた．)

この微分方程式は，

$$y'' = \frac{1}{a^2} y$$

の形をしている．