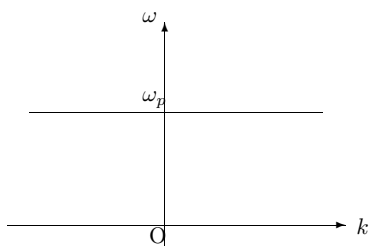


問題 105 プラズマは、マイナスの電荷を持った電子とプラスの電荷を持ったイオンが均一に分布しており、全体として電氣的に中性である。この状態から電子密度に疎密ができることは、電子が多いところと少ないところができることである。電子の多いところは、 $-Q$  の電荷が分布していて、電子の少ないところは、 $+Q'$  の電荷が分布しているようになる。その周辺には電場が発生することになる。

問題 106 縦波。  $E_x(x, t) = E_0 e^{i(kx - \omega t)}$  と書ける。

問題 107  $v_g < \sqrt{\frac{3}{2}} v_{th} < v_p$

問題 108  $T_e \rightarrow 0$  とすると、 $v_{th} = 0$  だから、 $\omega = \omega_p$ . 分散関係は、下図。

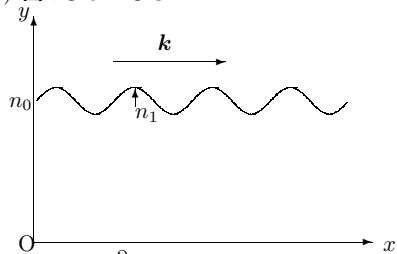


問題 109 (1)  $k = \frac{\omega_p}{c}$  より、波長  $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega_p}$ . 数値を代入して、 $\lambda = 3.3 \times 10^{-4} \text{ m} = 330 \text{ } \mu\text{m}$ .

(2)  $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$  より、 $ikE = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ . よって、 $|E| = \frac{\rho}{\varepsilon_0 k}$ .  $\rho = n_1 e$  を代入して、 $E = 3.0 \times 10^9 \text{ V/m}$ .

問題 110 (1)  $n_0$ : 定常状態の電子密度、 $n_1$ : 電子密度の波の振幅。

(2) 図のようになる。



(3) 連続の式  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0$  より、 $-i\omega \rho + ikj = 0$ . よって、 $j = \frac{\omega}{k} \rho = \frac{\omega}{k} n_1 e$

問題 111 書き換えると、 $v_{th}^2 = 2\omega_p^2 \lambda_D^2$ . これを用いる。長波長、つまり  $k$  は、小さい。よって、 $k\lambda_D \approx 0$ . これを用いて、近似する。

問題 112 (1) 運動方程式は、

$$mn_0 \frac{\partial v_1}{\partial t} = -en_0 E_1 - mn_0 \nu v_1$$

(2)  $\partial/\partial t = -i\omega$  と書いて、

$$v_1 \left( 1 + \frac{i\nu}{\omega} \right) = \frac{ieE_1}{m\omega}$$

$ikE_1 = -\frac{1}{\varepsilon_0} en_1$ ,  $n_1 = \frac{k}{\omega} n_0 v_1$  これらより、 $E_1$  を消去し、 $\omega^2 + i\nu\omega = \omega_p^2$ .

(3)  $\omega = x + iy$  として、上の分散式に代入すると、 $x^2 - y^2 + 2ixy + i\nu x - \nu y = \omega_p^2$ . 虚部を考えると、 $2xy + \nu x = 0$ ,  $y = (-1/2)\nu$ . よって、 $\text{Im}(\omega) = -\nu/2$ . 以上より、

$$E_1 \propto e^{-i\omega t} = e^{-ixt - iyt} = e^{-ixt} e^{-iyt} = e^{-ixt} e^{-(1/2)\nu t}$$

よって、振動は、時間とともに減衰する。

問題 113

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

より、

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{1 \times 10^9} = 0.3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$$

アンテナは、携帯本体の中にもあるので、伸ばしたときに、約 15 cm になっている。つまり、 $\lambda/2$  のアンテナを使っている。

問題 114  $\omega = 2\pi f$ ,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  の関係式を  $c = f\lambda$  に代入することによって得られる。

問題 115 計算すれば、 $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$  が得られる。

✎  $\varepsilon_0$  や  $\mu_0$  は、光速  $c$  を元に人為的に決めた定数であり、真空の透磁率や真空の誘電率を実験的に計測しようとしてもできない。この問題のように、真空の透磁率や真空の誘電率から光速を計算することは、無意味なことである。

✎ SI 単位系以外では、真空の透磁率や真空の誘電率の値が異なる。

真空の透磁率  $\mu_0$  の値に円周率の  $\pi$  が入っていることを考えても、人為的であることが分かるであろう。

SI 単位系では、実験結果の  $c$  があって、それに人為的に  $\mu_0$  を定義し、これらの定数を用いた計算で  $\varepsilon_0$  を算出している。

問題 116 横軸を波数  $k$ 、縦軸を周波数  $\omega$  とする。分散関係は、原点を通る傾き  $c$  の直線。分散関係のグラフにおいて、位相速度は、原点とある点を結んだ直線の傾きで表され、群速度は、ある点における傾きで与えられるから、

$$v_p = v_g = c.$$

問題 117 反射現象：電磁波の電離層での反射。大気圏に再突入するときが発生するプラズマによる電波の反射  
エネルギーを与える現象：プラズマの加熱、電子レンジ

問題 118 臨界密度は、電磁波の周波数とプラズマ周波数が等しくなるときだから、

$$\omega = \omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m\varepsilon_0}}$$

これより、 $n$  について解けば、

$$n_{\text{cr}} = \frac{m\varepsilon_0}{e^2} \omega^2$$

が得られる。

問題 119 プラズマ密度とプラズマ周波数の関係は、 $f_p = 9000\sqrt{n}$  であるので、900 kHz に対するプラズマ密度  $n$  は、

$$n = \frac{(900 \times 10^3)^2}{9000^2} = 1 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$$

同様に、90 MHz に対するプラズマ周波数は、 $f_p = 1 \times 10^8 \text{ cm}^{-3}$ 。つまり、 $10^4 \sim 10^8 \text{ cm}^{-3}$  電離層のプラズマ密度は、この間にあると考えられる。

電離層に関しては、そう単純ではない。電離層は、地上から順に D 層、E 層、F 層がある。D 層で中波の電波は減衰を受ける。夜になると D 層は消滅し、減衰を受けなくなった中波の電波は E 層で反射を受け、遠方まで伝わることになる。

一般に FM 放送の電波は E 層を透過するが、夏の昼間、突発的にプラズマ密度が上昇し、それによって遠くの FM 放送やテレビ放送 (VHF) の電波が反射し放送が聞こえることがある。このような電離層はスプラディック E 層と呼ばれている。

問題 120 大気圏に突入するとき、大気との摩擦で宇宙船の周辺にプラズマができる。このプラズマが電磁波を遮断するから。今使っている周波数より高い周波数を使えば、通信が可能と考えられる。

問題 121  $f = 9000\sqrt{n}$  より、 $90 \times 10^6 = 9000\sqrt{n}$ 。よって、 $n = 1 \times 10^8 \text{ cm}^{-3}$  以上。

問題 122  $e^{i\frac{\pi}{2}} = i$  より、電場に対して位相が  $90^\circ$  ずれていることを意味している。

電気電子工学科の学生は、位相が  $90^\circ$  ずれていると言うと電気回路での交流理論のベクトルを思い出し、二つのベクトルが直交していると思う人がいるようである。この問題の場合も、電場ベクトルの向きと電子電流の向きが直交していると思う人がいる。もちろん、それは間違いである。

純抵抗のインピーダンスと ( $R$ ) インダクタンスのインピーダンス  $\omega L$  のベクトルが直交しているからと言って、垂直の方向を向いているとは言わなかったはずである。

問題 123 (1) 真空中の電磁波は、 $c = f\lambda$  を満たす。よって、

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{9 \times 10^9} = 3.3 \times 10^{-2} \text{ m} = 3.3 \text{ cm}.$$

(2)  $\omega = 2\pi f$ ,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  を用いて、分散関係を書き直すと、

$$(2\pi f)^2 = (2\pi f_p)^2 + c^2 \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2$$
$$\lambda = \frac{c}{\sqrt{f^2 - f_p^2}}$$

$f_p = 9000\sqrt{n}$  ( $n$  は、 $\text{cm}^{-3}$  単位) を用いて、 $f_p = 9000\sqrt{9 \times 10^{11}} = 8.5 \times 10^9 \text{ Hz}$ 。また、 $f = 9 \times 10^9 \text{ Hz}$  を代入し、

$$\lambda = 0.101 \text{ m} = 10.1 \text{ cm}.$$

位相速度  $v_p$  は、

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{f}{\lambda} = \frac{9 \times 10^9}{0.101} = 8.9 \times 10^{10} \text{ m/s}.$$

群速度は、

$$v_g = 1.0 \times 10^6 \text{ m/s.}$$

(3) 電磁波の周波数とプラズマ周波数が等しくなる密度が上限だから、

$$n < 10^{12} \text{ cm}^{-3} = 10^{18} \text{ m}^{-3}.$$

問題 124 (1) プラズマ中を伝搬する電磁波の分散関係は、

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2$$

である。これを  $k$  について解くと、

$$k = \frac{1}{c} \sqrt{\omega^2 - \omega_p^2} = i \frac{1}{c} \sqrt{|\omega^2 - \omega_p^2|}$$

となる。 $0 < \omega < \omega_p$  のとき、根号内は負になるので、 $k$  は虚数となる。つまり、実数の  $k$  は存在しないから、電磁波は伝搬できないと言える。

(2)

$$E \propto \exp(ikx) = \exp\left(-\frac{1}{c} \sqrt{|\omega^2 - \omega_p^2|} \cdot x\right)$$

となるから、指数関数的に減衰する。

(3) 特性距離は、 $\exp(-x/\delta)$  としたときの  $\delta$  である。前問より、

$$\delta = k^{-1} = \frac{c}{\sqrt{|\omega^2 - \omega_p^2|}} = \frac{c}{\sqrt{\omega_p^2 - \omega^2}}$$

(4) 前問で  $\omega_p \gg \omega$  とすると、

$$\delta = \frac{c}{\omega_p}$$

となる。

問題 125 省略。