

10 プラズマ周波数

プラズマの常識 6

プラズマは、**プラズマ (角) 周波数**と呼ばれる固有振動数を持っている。通常、 ω_p で表す。プラズマ周波数は、最も重要なプラズマの基本パラメータである。

☞ 正しくは、 ω_p は、プラズマ角周波数と言うべきであるが、通常、プラズマ周波数と呼ばれる。

プラズマ周波数を考えるために、プラズマ電子が少しだけ変位したとして、電子の運動を考える。用いる方程式は運動方程式と連続の式である (流体方程式)。仮定として、

1. 磁場はない
2. 熱運動はない
3. イオンは動かない
4. プラズマは無限に大きい。

とする。また、簡単のために一次元で考える。

プラズマの常識 7

プラズマ周波数 ω_p は、

$$\omega_p = \left(\frac{ne^2}{m\epsilon_0} \right)^{1/2}$$

で与えられる。便利な計算式として、

$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} = 9000\sqrt{n}$$

が用いられる。 n は、 cm^{-3} 単位。

問題 72 固有振動数とは何か説明せよ。身近にある固有振動数の例をあげよ。

問題 73 長さ ℓ の質量の無視できるひもの先端に質量 m の錘を吊り下げ重力加速度 g のもと、微小な振動を与える。

- (1) この錘の運動の運動方程式を書け。
- (2) 微小な振動であるという仮定を上で求めた運動方程式に適用して、運動方程式を書き換えよ。

(3) 上で求めた運動方程式を解くことにより振動数 ω を求めよ。

(4) ひもの質量を無視できないとしたら、どのような運動方程式となるか。

問題 74 共鳴 (共振) とは何か説明せよ。どのようなときに、共鳴 (共振) 現象は起るか考えよ。

問題 75 電気回路で出てきた共鳴現象の例をあげよ。そこでは、どのようなことが起ったかを考えよ。

問題 76 真空中の原点に電荷 $+Q$ があるとする。原点から r 離れた場所での電場 E を

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

から求めよ。ここで、 ρ は、電荷密度、 ϵ_0 は真空の誘電率である。

問題 77 半径 a の無限長の円筒内部に電荷密度 ρ で電荷が分布している。円筒の内部、外部の電場を求め、それを横軸 r のグラフで表せ。

問題 78 x 方向に一次元のプラズマがあるとする。電子の密度を n_e 、イオンの密度を $n_i = n_e$ とする。今、 $L_1 < x < L_2$ の部分 (長さ $\ell = L_2 - L_1$) にあった電子の 10% が $L_2 + \ell$ の部分に移動し、均一に分布したとする。イオンは十分に重く動かないとする。

- (1) この状態を、横軸 x 、縦軸を電子密度、イオン密度で表せ。
- (2) この状態を、横軸 x 、縦軸を電荷密度で表せ。
- (3) どのような方向の電場が発生するか。図示せよ。
- (4) この電場によってどのような運動が始まると考えられるか。

問題 79

$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} = 9000\sqrt{n}$$

を数値を代入して確かめよ。また、 $n = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ の密度のプラズマでは、プラズマ周波数 f_p は、何 Hz になるか。

問題 80 プラズマが共鳴 (共振) する共鳴 (共振) 周波数はいくらか。また、共鳴 (共振) するとどのようなことがおこると考えられるか。

問題 81 密度が $n = 1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ のプラズマに共振するための周波数はいくらか。また、その周波数はどの領域にあるか。

問題 82 電子と同様にイオンに対しても固有周波数 (イオンプラズマ周波数) を考えることができる． ω_p の式で，質量 $m \rightarrow M$ とせよ．一番軽いイオンである水素イオンの場合，イオンプラズマ周波数 ω_i は，どのような式になるか．

問題 83 戦国の武将楠木正成は，指一本である寺の大釣鐘を時間をかけて大きく揺らした
くすのきまさしげ
という言い伝えがある．この逸話が事実として，物理的に説明せよ．