

問題 41

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m} = 2.8 \times 10^9 \text{ Hz} = 2.8 \text{ GHz}.$$

📖 サイクロトロン周波数は、磁場の強度に比例する。

問題 42 (1) ローレンツ力 $F = evB$.

(2) 1 の方向に回転する。

(3) 電子の運動は、1 の方向に回転するから、それによる電流は、2 の方向。その電流が作る磁場は、最初に印加されている磁場と反対方向。(磁場を打ち消す方向)

📖 電子に限らず、荷電粒子が磁場中でローレンツ力を受けて回転運動をするときには、それにより発生する電流により発生する磁場の向きは、最初に印加されている磁場を打ち消す方向になる。

問題 43 (1) z 方向に等速運動をする。(磁場からの影響はない)

(2) 円運動をする。

(3) 磁力線に巻付くように螺旋運動する。

問題 44 磁場中の電子の運動方程式は、

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

で表される。両辺ベクトル的に $\mathbf{v}$ をかけると、

$$m\mathbf{v} \cdot \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q\mathbf{v} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

左辺は、

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right)$$

右辺は、ベクトル公式より、0 となる。左辺は、運動エネルギーの時間変化を表している
ので、それが 0 であるから、運動エネルギーの時間的な変化はない。つまり、最初の運動
エネルギーから変化していないから、荷電粒子は磁場からエネルギーを得ることはない。

問題 45 磁場に時間変化があるとき。つまり、

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

により誘導電場が発生すれば、荷電粒子は加速(減速)される。

問題 46 磁気モーメントの大きさ $|m|$ は、電流 I 、面積 S として、 IS で表される。単位
時間に、電子は円周上の点を単位時間に $f = \frac{\omega_c}{2\pi}$ 回通過するから、円周上の点には、単位
時間に ef の電荷が通過することになり、断面積 $S = \pi r_L^2$ だから、

$$|m| = e \frac{\omega_c}{2\pi} \pi r_L^2 = \frac{e\omega_c r_L^2}{2} = \frac{mv_{\perp}^2/2}{B}.$$

$v_{\perp}$ は、磁場 B に垂直な速度成分。磁気モーメントの向きは、電流の方向に右ネジを回し
た向き。

問題 47 極座標を用いて、

$$B_r = \frac{\mu_0 m}{2\pi r^3} \cos \theta, \quad B_{\theta} = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} \sin \theta$$

詳細な解法は、電磁気の演習書参照。