

5 荷電粒子の運動 I

電磁場中の荷電粒子の運動方程式は、

$$m \frac{dv}{dt} = q(E + v \times B)$$

で記述される。ここで、 m は、質量、 q は、電荷、 v は速度、 E 、 B は、電場、磁場である。特に、 $qv \times B$ をローレンツ力と言う。

プラズマの常識 4

正確には、 B は、磁束密度と言うべきであるが、磁場ということが多い。

基本的には、電磁場中の荷電粒子の運動は、この微分方程式を解けば計算できる。しかし、これを解くのは面倒なことが多い。以下では、いろいろな場合に分けて、荷電粒子の運動を考える。

5.1 一様な電場と磁場中の荷電粒子の運動

1. $E = 0$ のとき

運動方程式は、

$$m \frac{dv}{dt} = qv \times B$$

である。今、 $B = Be_z$ として、 z 方向に一様な磁場が印加されているときの荷電粒子の運動を考える。速度ベクトル $v = (v_x, v_y, v_z)$ とし、運動方程式を成分で表すと、

$$m \frac{dv_x}{dt} = qBv_y \quad (4)$$

$$m \frac{dv_y}{dt} = -qBv_x \quad (5)$$

$$m \frac{dv_z}{dt} = 0 \quad (6)$$

と表される。式 (4) を時間微分し、

$$m \frac{d^2 v_x}{dt^2} = qB \frac{dv_y}{dt}$$

式 (5) をここに代入することにより、

$$m \frac{d^2 v_x}{dt^2} = qB \left(-\frac{qB}{m} v_x \right)$$

つまり、

$$\frac{d^2 v_x}{dt^2} = - \left(\frac{qB}{m} \right)^2 v_x$$

を得る。(この微分方程式が単振動を与える式であることを一見して分かるか?) 同様に、

$$\frac{d^2 v_y}{dt^2} = - \left(\frac{qB}{m} \right)^2 v_y$$

となる。これを解くと、半径がラーマー半径 $r_L = \frac{v_{\perp}}{\omega_c}$ 、サイクロトロン周波数 $\omega_c = \frac{qB}{m}$ で回転する。

プラズマの常識 5

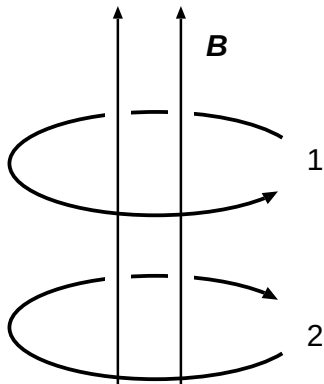
サイクロトロン周波数は、正しくはサイクロトロン角周波数と言うべきである。しかし、角周波数を周波数と呼ぶ。

電子などの荷電粒子が磁場中を運動するとき、磁力線に巻き付いて運動をする。容易に磁場を横切ることはできない。

問題 41 磁場が 1 kG (1 T (テスラ) = 10 kG) 印加されているとき、電子のサイクロトロン周波数 $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$ は、いくらか。電子の電荷を $q = 1.6 \times 10^{-19}$ C、電子の質量を $m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg として計算せよ。

問題 42 図のように磁場 (強度 B) が印加されているところに電子 (質量 m 、電荷量 $-e$ 、速度 v) を磁場に垂直に打ち込んだ。

- (1) 電子に働くローレンツ力の大きさを求めよ。
- (2) 電子は、図の 1, 2 のどちらに回転するか。
- (3) この電子によって電流が流れる。この電流によって発生する磁場は、どの方向か。



問題 43 磁場が z 方向に印加されているところに，電子を初速度 v_0 で入射した．

- (1) 初速度が z 方向にしか成分を持たないとき，
- (2) 初速度が z 成分を持たないとき，
- (3) 初速度が 3 方向の成分を持つとき，

電子はどのような軌道を描くか．簡単な図を書いて示せ．

問題 44 電子のような荷電粒子は，磁場からエネルギーを得ることはできない．このことを示せ．

問題 45 上の問題で，荷電粒子は磁場からエネルギーを得ることができないことを示した．しかし，磁場から電場ができるときには，その電場を感じて荷電粒子は加速または減速されエネルギーのやり取りが生じる．それは，どのような時か．

問題 46 回転半径 r_L ，回転の角周波数 ω_c で電子が回転運動しているとする．この電子が作る磁気モーメントの大きさは，いくらか．また，方向はどの方向か．

問題 47 原点に磁気モーメント m がある．その大きさは， m であり， z 方向を向いているとする．任意の点 $P(x, y, z)$ での磁場強度を求めよ．