

問題 35 $x = x_0$ の点での、電位は、

$$\phi = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x_0}$$

無限遠までに持っていくための必要なエネルギーは、

$$W = e\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{eQ}{x_0}$$

これより、運動エネルギー $\frac{1}{2}mv^2$ が大きければよい。つまり

$$\frac{1}{2}mv^2 \geq \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{eQ}{x_0}$$

を満たせば良い。よって、

$$v \geq \sqrt{\frac{eQ}{2\pi\epsilon_0 mx_0}}$$

問題 36 陰極から陽極に向かって x 軸をとれば、平行平板の間での現象は y, z 軸に無関係となる。電子によって運ばれる電流の電荷密度を ρ 、電子の速度を v とすれば、電流密度を j とすると、

$$i = -\rho v.$$

ただし、電子の運動の方向は陰極から陽極に向かうときを正にとり、電流は陽極から陰極に向かう方向を正にとったので、右辺に $-$ がつく。

いま、点 x の電位を V で表すと、ポアソン方程式は、 V が y, z 方向には一定であるので、

$$\epsilon_0 \frac{d^2 V}{dx^2} = -\rho.$$

また、エネルギー保存則から、

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV.$$

上の式から、 ρ, v を消去し、ポアソン方程式の両辺に $\frac{dV}{dx}$ をかけて、 x に関して積分すると、

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 - \left(\frac{dV}{dx}\right)_{x=0}^2 = \frac{2i}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{2mV}{e}}$$

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)_{x=0} = 0$$

が最後に到達する状態である。よって、

$$\frac{dV}{dx} = \sqrt{\frac{2i}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{2m}{e}} V}.$$

この式をさらに x について積分し、 $x = 0$ で $V = 0$ とおくと、

$$\frac{4}{3}V^{3/4} = \sqrt{\frac{2i}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{2m}{e}}} \cdot x.$$

$x = d$ で $V = V_p$ を入れると、

$$i = \frac{8}{9}\epsilon_0 \sqrt{\frac{e}{2m}} \frac{V_p^{3/2}}{d^2}.$$

この式を空間電荷制限電流の式と言う。

問題 37 $V = V_0 \exp\left(-\frac{t}{CR}\right)$

問題 38 $\lambda_D = 740 \sqrt{\frac{4}{1 \times 10^{12}}} = 1.48 \times 10^{-3}$
cm = 14.8 μ m.

問題 39 体積 V は、

$$V = \frac{4\pi\lambda_D^3}{3}$$

よって、電子の個数 N は密度 N_e をかけて、

$$N = \frac{4\pi\lambda_D^3}{3} N_e = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{e^2}\right)^{3/2} N_e^{-1/2}.$$

問題 40 電子が電極に集まるより速く電場を時間的に変化させればよい。つまり、十分に遮蔽が行われなようにすればよい。一般的には、高周波電場を印加するとよい。どれくらい速く変化させればよいかは、ここまでの議論では分からない。今後分かるようになる。